

Список вопросов для подготовки к экзамену по курсу
”Дискретная математика“
для студентов первого курса ФТФ НГТУ (группы ФГ-11, ФЛ-11)

1. Множества.
 - 1) Множества. Операции над множествами. Диаграммы Эйлера — Венна. Основные свойства операций над множествами.
 - 2) Покрытия и разбиения множеств.
 - 3) Декартово произведение множеств.
2. Отношения. Функции.
 - 1) n -местные отношения. Определения. Примеры. Бинарные отношения.
 - 2) Способы представления бинарных отношений.
 - 3) Произведение отношений. Обратные отношения. Теорема об основных свойствах произведений отношений и обратных отношений (с доказательством).
 - 4) Функции (отображения). Частичные функции. Определения. Примеры. Ограничения функций. Последовательности.
 - 5) Образ элемента (множества) под действием функции. Прообраз (полный прообраз) элемента (множества) под действием функции.
 - 6) Инъективные, сюръективные и биективные функции. Определения. Примеры.
 - 7) Теорема о свойствах произведений функций и обратных функций.
3. Натуральные числа. Принцип математической индукции.
 - 1) Два подхода к заданию натуральных чисел. Аксиоматика Дедекинда — Пеано.
 - 2) Метод математической индукции. Модификации метода.
4. Мощность множества. Конечные и бесконечные множества.
 - 1) Эквивалентные множества. Свойства эквивалентных множеств. Определение мощности множества.
 - 2) Конечные и бесконечные множества. Счетные и несчетные множества. Кардинальные числа. Свойства кардиналов.
 - 3) Теорема Кантора — Бернштейна. Следствие этой теоремы.
 - 4) Теорема Кантора. Теорема о мощности множества всех подмножеств множества.
 - 5) Равномощность множеств ω и ω^2 (с доказательством).
 - 6) Теорема о мощности счетного объединения счетных множеств (с доказательством).
 - 7) Теорема о мощности \mathbb{Q} (с доказательством).
 - 8) Теорема о несчетности множества вещественных чисел (с доказательством).
5. Специальные бинарные отношения. Матрицы бинарных отношений.
 - 1) Операции \oplus , \circ , $*$ на матрицах бинарных отношений.
 - 2) Определения рефлексивных, симметричных, антисимметричных и транзитивных бинарных отношений. Свойства матриц таких отношений.
 - 3) Отношение эквивалентности. Фактор-множества.
 - 4) Теорема о связи отношения эквивалентности с разбиением множества (с доказательством).
 - 5) Предпорядок. Частичный, линейный, полный порядки на множествах. Определения. Примеры.
 - 6) Определения максимального, минимального, наименьшего, наибольшего элементов частично упорядоченного множества. Верхние, нижние, точные верхние, точные нижние грани множеств.
6. Основы теории графов.
 - 1) Графы ориентированные и неориентированные. Мультиграфы. Определения. Примеры.
 - 2) Способы задания графов.
 - 3) Гомоморфизмы и изоморфизмы графов. Теоремы об изоморфизме графов.
 - 4) Подграфы и части графов. Определения. Примеры.
 - 5) Операции над графами.
 - 6) Маршруты, цепи, связанная с ними терминология. Достижимость.

- 7) Связность графа. Теорема о представлении графа через его компоненты связности.
 - 8) Матрицы маршрутов длины n . Теорема о матрицах маршрутов длины n (с доказательством), матрицы достижимости, контрдостижимости, связности. Определения. Построение.
 - 9) Расстояния в графах. Эксцентриситет графа. Радиус и диаметр графа. Центральные и периферийные вершины.
 - 10) Степени вершин. Полустепени исхода и захода. Лемма о рукопожатиях.
 - 11) Эйлеровы и гамильтоновы мультиграфы. Множество покрывающих цепей.
 - 12) Теорема-критерий эйлеровости графа.
 - 13) Теорема о минимальном множестве покрывающих цепей.
 - 14) Планарные графы. Определения.
 - 15) Теорема Понтрягина — Куратовского.
7. Фундаментальные циклы и разрезы.
- 1) Дерево. Лес. Определения. Примеры.
 - 2) Остов (каркас) графа. Определения. Примеры. Цикломатическое число. Коциколический ранг.
 - 3) Фундаментальные циклы. Матрицы фундаментальных циклов.
 - 4) Разрезы графов. Простые разрезы. Определения.
 - 5) Матрицы фундаментальных разрезов.
8. Алгебра логики.
- 1) Высказывания. Простые и сложные высказывания.
 - 2) Логические связки. Таблицы истинности. Определения. Таблицы истинности основных логических операций.
 - 3) Булевы функции. Определения.
 - 4) Дизъюнктивные и конъюнктивные нормальные формы. Сопутствующие определения
 - 5) Основные эквивалентности в алгебре логики.
 - 6) Теорема о представлении булевых функций в виде ДНФ и КНФ.
 - 7) Алгоритм приведения формулы к ДНФ и КНФ.
 - 8) Совершенные дизъюнктивные и конъюнктивные нормальные формы. Сопутствующие определения.
 - 9) Алгоритм получения СДНФ и СКНФ из ДНФ и КНФ.
 - 10) Алгоритм получения СДНФ и СКНФ из таблиц истинности.
 - 11) Теорема о функциональной полноте.
 - 12) Минимизация булевых функций в классе ДНФ. Основная идея. Импликанты.
 - 13) Теорема о представлении булевой функции в виде сокращенной ДНФ.
 - 14) Метод Квайна для нахождения сокращенной ДНФ. Теорема Квайна.
 - 15) Карты Карно для нахождения сокращенной ДНФ.
 - 16) Алгоритм нахождения тупиковых и минимальных ДНФ из сокращенной ДНФ. Матрица Квайна.
 - 17) Принцип двойственности. Его применение для нахождения сокращенных, тупиковых и минимальных КНФ.
 - 18) Полные системы булевых функций. Теорема Поста.
 - 19) Классы Поста. Алгоритмы проверки принадлежности булевой функции к классам Поста.
 - 20) Базис системы булевых функций. Теорема о количестве функций в базисе (с доказательством).
 - 21) Полином Жегалкина. Теорема Жегалкина.

Список литературы

- [1] Судоплатов, С. В., Овчинникова, Е. В., Дискретная математика, Новосибирск, изд-во НГТУ, 1997.